



II Wojewódzki Konkurs „Matematyka z kalkulatorem graficznym”

ZSDiOŚ im. Jana Zamoyskiego w Zwierzyńcu

Eliminacje 2017r.

DATA: 26 kwietnia 2017r.
GODZINA ROZPOCZĘCIA: 11.00
CZAS PRACY: 90 minut.
LICZBA PUNKTÓW: 50.

Instrukcja dla piszącego

- 1) Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- 2) Pisz czytelnie, używając czarnego lub niebieskiego długopisu lub pióra.
- 3) Możesz korzystać tylko z cyrkla, linijki oraz kalkulatora graficznego przygotowanego przez Komisję.
- 4) Pamiętaj, jeśli nie potrafisz rozwiązać zadania za pomocą kalkulatora, rozwiąż je w sposób tradycyjny.
- 5) Staraj się nie wpisywać tylko samych wyników, ale również sposób rozumowania (w tym obliczenia) prowadzący do rozwiązania zadania.
- 6) W przypadku, gdy w wyznaczonych na rozwiązanie krótkich zabraknie miejsca, możesz wykorzystać do zapisania dalszej części rozwiązania, odwrotną stronę bieżącej kartki.

Imię i nazwisko:

Życzymy powodzenia



a) Oblicz dokładną wartość wyrażenia: $32 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt[4]{32} - 5 \cdot \sqrt[4]{512}}{-7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} : 2^{-2}}$.

Rozwiązanie: a)

A large grid of 20 columns and 10 rows, intended for drawing.

Rozwiązanie: b)

[illegible]

--	--	--	--	--

ZADANIE 2 (4pkt)

Iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych, parzystych jest równy 55224. Wyznacz te liczby.

Rozwiązanie:

[illegible]

Odpowiedź:

ZADANIE 3 (6pkt)

a) Naskicuj na kalkulatorze w tym samym prostokątnym układzie współrzędnych 4 wykresy funkcji $f(x) = (x - p)^2 - 4$ dla $p = 0, p = 1, p = -1, p = 2$. Następnie przerysuj je dokładnie w miejsce przeznaczone na rozwiązanie.

b) Napisz jaką wspólną własność mają wierzchołki wszystkich tych wykresów dla $p \in (-\infty; \infty)$.

Rozwiązanie a):

[illegible]

Odpowiedź b):

ZADANIE 4 (4pkt)

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a^6 - b^6}{a + b}$ dla $a = x + 1$ i $b = x - 1$.

Rozwiązanie:

[illegible]

Odpowiedź:

ZADANIE 5 (6pkt)

W III wieku p.n.e. Archimedes zbudował katapultę, którą można było miotać nawet 80 kilogramowe kamienie. Tor ruchu kamienia wyrzuconego przez katapultę można opisać

wzorem: $y = -\frac{1}{180}x^2 + x$.

Korzystając np. z okna **Graphs** a w nim opcji **Analyze Graph** naszkicuj a następnie zapisz:

- a) jaki był zasięg katapulty Archimedesesa,
b) na jaką największą wysokość wleciał kamień wyrzucony przez tę katapultę?

Źródło: Matematyka 1, GWO

Rozwiązanie: a)

[illegible]

Odpowiedź: a)

Rozwiązanie: b)

[illegible]

Odpowiedź: b)

ZADANIE 6 (4pkt)

Podaj 235 cyfrę po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $\frac{1}{21}$.

Rozwiązanie:

[illegible]

Odpowiedź:

ZADANIE 7 (5pkt)

Rozwiąż równanie: $6\sqrt{x} - 0, (6) = 0$

Rozwiązanie:

[illegible]

Odpowiedź:

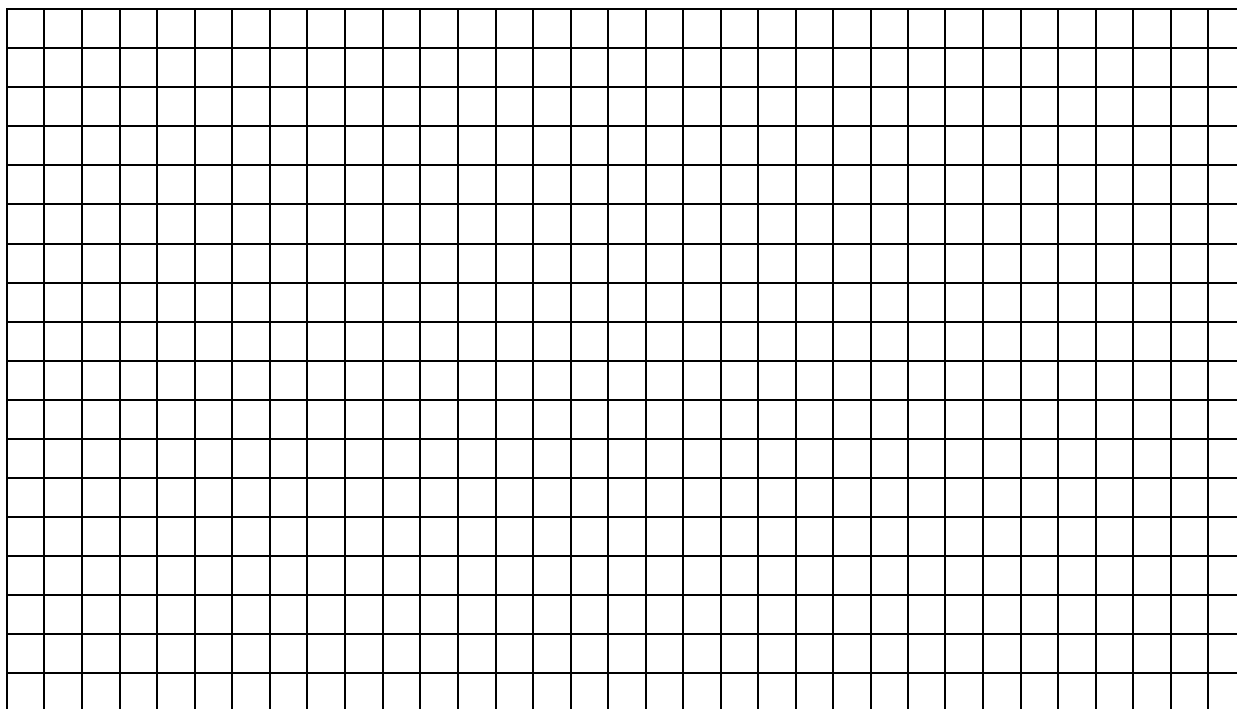
ZADANIE 8 (6pkt)

Dane są równania linii prostych: $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ oraz $y = \frac{3}{2}x - \frac{11}{2}$.

Linie te ograniczają czworokąt ABCD.

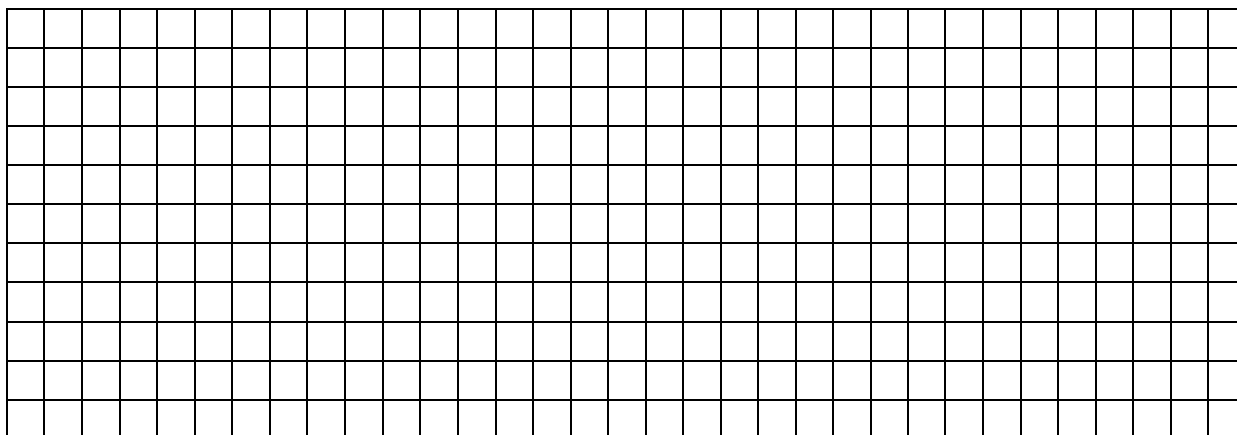
- Korzystając z okna **Graphs** i opcji **Geometry**, narysuj ten czworokąt i wyznacz współrzędne wierzchołków A, B, C i D tego czworokąta.
- Uzasadnij, że ten czworokąt jest równoległobokiem.

Rozwiązanie a):



Odpowiedź a):

Rozwiązanie b):



Odpowiedź a):

ZADANIE 9 (6pkt)

Dane są sumy: I) $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$,

II) $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$,

III) $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$,

IV) $S_n = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4$.

a) Oblicz wartość każdej z tych sum dla $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Wyniki wpisz w przygotowanej formie poniżej.

b) Jedną z powyższych sum możemy zapisać za pomocą wyrażenia $\frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$. Napisz którą. Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązanie a):

[illegible]

Rozwiązanie b):

[illegible]

Odpowiedź b):

ZADANIE 10 (5pkt)

Ogniskową f układu dwóch cienkich i przylegających do siebie soczewek można obliczyć ze wzoru: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

gdzie f_1 i f_2 są ogniskowymi poszczególnych soczewek.

Janek ma do dyspozycji dwie soczewki o ogniskowych równych odpowiednio $f_1 = 4\text{cm}$ i $f_2 = 6\text{cm}$.

- a)** Jaką ogniskową będzie miał układ złożony z tych soczewek?
b) Ile centymetrów powinna mieć ogniskowa drugiej soczewki, aby ogniskowa całego układu była równa 2,5 cm?

Rozwiązanie: a)

[illegible]

Odpowiedź: a).....

Rozwiązanie: b)

[illegible]

Odpowiedź: b)