



Sprawozdanie z realizacji eksperymentu pedagogicznego

**„Matematyka z kalkulatorem graficznym”**

Eksperyment pedagogiczny „Matematyka z kalkulatorem graficznym” przeprowadzony był w Zespole Szkół Drzewnych i Ochrony Środowiska im. Jana Zamoyskiego w Zwierzyńcu w latach 2016/17 – 2019/20 i zaliczony został do eksperymentów o charakterze metodyczno-organizacyjnym.

Autorem eksperymentu i jego realizatorem był mgr Jacek Szuty, nauczyciel matematyki w tej szkole.

**Założenia projektu**

Eksperyment przeprowadzono w technikum kształcącym w zawodzie – technik informatyk.

Celami ogólnymi eksperymentu były:

- stworzenie atrakcyjnego sposobu przedstawiania wiedzy matematycznej na bazie obowiązującego programu nauczania,
- wzrost motywacji uczniów do uczenia się matematyki,
- podniesie poziomu kształcenia matematycznego.

Celami szczegółowymi eksperymentu były:

- poznanie i stosowanie wybranych programów, którymi dysponuje kalkulator graficzny, ułatwiających proces uczenia się matematyki,
- wzrost aktywności uczniów o niższej sprawności rachunkowej,
- doskonalenie umiejętności stawiania i weryfikacji hipotez, poprzez możliwość szybkiej wizualizacji wielu rozwiązywanych problemów,
- kształtowanie umiejętności niestandardowych sposobów rozwiązywania problemów,
- wskazanie uczniom wielu praktycznych zastosowań matematyki.

Programem nauczania, na którym opierał się eksperyment była „Matematyka z plusem”, program nauczania matematyki w liceum i technikum, Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego (GWO), zakres rozszerzony. Autorów: M. Karpińskiego, J. Lecha i M. Brauna. Eksperyment był autorskim poszerzeniem powyższego programu GWO o metodę pokazującą jak przy pomocy kalkulatora graficznego można realizować większość treści i umiejętności w nim zawartych.

Dlaczego właśnie kalkulatory graficzne.

W Polsce istnieje już około 50 szkół, w których młodzież korzysta z kalkulatorów graficznych. Są to szkoły prowadzące tzw. Międzynarodową Maturę (IB). Również w tzw. Szkołach Europejskich prowadzonych przez Unię Europejską (jest ich obecnie kilkanaście na terenie Europy) od kilku lat kalkulatory graficzne weszły do nauczania matematyki. Uczniowie tych szkół zdają egzaminy semestralne z matematyki składające się z dwóch części: tradycyjnej, bez kalkulatora i nowej z kalkulatorem graficznym. Tzw. Matura Europejska zdawana jest na podobnych zasadach.

Wyniki maturalne jakie osiągają uczniowie obu typów szkół na egzaminie z matematyki są bardzo wysokie.

Bardzo istotnym było również stanowisko Komisji Dydaktyki Matematyki Polskiego Towarzystwa Matematycznego:

„Tymczasem, jak pokazują wyniki wielu badań naukowych w tym zakresie, także w Polsce, praca na kalkulatorach, wykorzystywanie odpowiednich programów komputerowych, pomaga nie tylko rozwijać umiejętności algorytmiczne, ale także pozwala skierować ucznia w kierunku twórczego, abstrakcyjnego myślenia, pozwala lepiej rozumieć matematykę, a co za tym idzie, polubić ją”.

I niesłychanie ważnym był także fakt, że od pewnego czasu życie młodych ludzi zdominowane jest między innymi przez różnego rodzaju urządzenia elektroniczne typu: komputer, laptop, telefon komórkowy, smartfon, tablet itp. Można zauważyć, że młodzież błyskawicznie opanowuje tajniki obsługi i bardzo chętnie posługuje się tym sprzętem. Mając na uwadze naturalną niejako skłonność uczniów do sięgania po tego typu urządzenia, logicznym wydawało się wkomponowanie kalkulatora graficznego w proces nauczania matematyki.

### **Realizacja projektu**

Na początku 2016r. eksperyment uzyskał Patronat JM Rektora Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej i opiekę naukową Zakładu Dydaktyki Matematyki UMCS, a zgodę na jego realizację podpisał Minister Edukacji Narodowej.

Szkoła zakupiła zestaw 20 kalkulatorów graficznych uzyskując na to fundusze z organu prowadzącego. Dodatkowe 2 godziny tygodniowo dla klasy finansowane były również przez organ prowadzący.

Pozostałe pomoce naukowe potrzebne do realizacji eksperymentu takie jak komputer, rzutnik multimedialny i tablica interaktywna były już na wyposażeniu pracowni matematycznej.

Ponieważ obecnie kalkulatory graficzne nie są dopuszczone do użytku na „polskiej” maturze z tego też względu nauczyciel najpierw realizował wspomniany wyżej program w

tradycyjny sposób (bez korzystania przez uczniów z kalkulatorów) w trakcie lekcji wynikających ze standardowej siatki godzin. Równolegle, w każdym tygodniu, po kilku wstępnych lekcjach szkolenia z obsługi tego sprzętu, nauczyciel pracował z uczniami na kalkulatorach.

Każdy uczeń klasy z wprowadzonym programem eksperymentu miał możliwość indywidualnej pracy na kalkulatorze graficznym najnowszego typu w ciągu dodatkowych dwóch godzin tygodniowo przez 4 lata.

Uczniowie mieli dostęp do tego narzędzia przez 24 godziny na dobę. Szkoła wypożyczyła wszystkim uczniom kalkulatory na okres czterech lat. Pamiętając jednak o ograniczeniach maturalnych, w czwartej klasie uczniowie nie mieli już obowiązku pracować z tym narzędziem, natomiast mieli taką możliwość. Istniało bowiem zagrożenie, że przynajmniej u niektórych z nich, szybkie i niestandardowe sposoby rozwiązywania problemów matematycznych, mogłyby obniżyć motywację do uczenia i stosowania tradycyjnych sposobów rozwiązywania zadań maturalnych. To z kolei mogłoby wpłynąć na słabsze wyniki na maturze.

Dzięki skonfigurowaniu tzw. sieci kalkulatorów nauczyciel obserwował na dużym ekranie pracę każdego ucznia. Każdy z nich prezentował przed klasą wyniki swojej pracy na dużym ekranie, bez konieczności podchodzenia do tablicy.

Oprócz standardowych form sprawdzania wiedzy i umiejętności uczniowie pisali prace klasowe korzystając z kalkulatorów graficznych. Prace te były oceniane i średnia ocena z nich z odpowiednią wagą, była wkomponowana w ocenę semestralną (roczną) z matematyki. Co ważne, wspomniana wyżej sieć dawała możliwość pisania prac klasowych, bez użycia kartki i długopisu. Uczniowie zapisywali swoje prace na kalkulatorach i przesyłali je na komputer nauczyciela.

Ponadto uczniowie, oprócz standardowych zajęć lekcyjnych, wykonywali prace domowe długoterminowe wykorzystując kalkulatory graficzne.

W chwili rozpoczęcia realizacji eksperymentu klasa liczyła 13 uczniów. Po roku jeden uczeń zrezygnował ze względu na dysfunkcję związaną z kontuzją ręki. W drugim roku klasę uzupełniła osoba z innej szkoły. Po trzech latach nauki jedna osoba zrezygnowała z powodów osobistych. Klasy czwartej nie ukończył j jeden uczeń. Tak więc do matury ostatecznie przystąpiło 11 uczniów.

Do porównywania wyników uzyskiwanych przez klasę eksperymentalną, nauczyciel prowadził równoległą klasę (KR), gdzie młodzież nie korzystała z kalkulatorów graficznych. Obie klasy miały ten sam tygodniowy wymiar godzin oraz na wstępie miały mniej więcej te same wyniki z matematyki na egzaminie gimnazjalnym. Porównanie dokonane zostało na podstawie „diagnozy na wejściu” z Platformy Obieg OKE w Krakowie.

Przez cały czas realizacji projektu, pracę i wyniki uczniów, systematycznie monitorowali pracownicy naukowcy Zakładu Dydaktyki Matematyki UMCS w Lublinie. Na początku byli to: pani dr hab. W. Kaczor, prof. UMCS i pan dr B. Prus. Następnie pracownicy Katedry Nauczania Matematyki i Informatyki UMCS w Lublinie: pani dr hab. M. Budzyńska, prof. UMCS i pani dr M. Cudna. W początkowej fazie projektu realizatorzy projektu współpracowali także z panią dr A. Widur ze Studium Pedagogicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego. Naukowcy hospitowali lekcje, rozmawiali z uczniami, analizowali wyniki prac pisemnych, konsultowali się z nauczycielem prowadzącym i dyrektorem szkoły.

Ponadto nauczyciel prowadzący KE i dyrektor szkoły uczestniczyli w różnego rodzaju konferencjach naukowców dydaktyków i nauczycieli matematyki prowadząc zajęcia popularyzujące ten projekt na arenie krajowej. Były to między innymi: XXVIII Szkoła

Dydaktyki Matematyki w Krakowie w 2017r. i Krajowe Konferencje Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki w Poznaniu 2018, w Opolu 2019 i w Toruniu w 2020r.

## **Efekty**

Obie monitorowane klasy (KE i KR) dwa razy w roku (na koniec każdego semestru) brały udział w teście zewnętrznym prowadzonym w ramach tzw. Lepszej Szkoły organizowanej przez Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.

W każdym z tych testów klasa eksperymentalna (KE) osiągała wyniki lepsze o kilka punktów procentowych, przy czym dało się zauważyć taką tendencję, że im dłużej trwał eksperyment, tym różnica w osiągniętych wynikach była większa.

Ostatni test przeprowadzony w grudniu 2019r. był maturą próbną. Wyniki były już znacząco różne: KE-52%, KR-33%, SK (średnia krajowa) -38%.

Do interesujących wniosków można było dojść porównując wyniki prac pisemnych (KE klasówek) pisanych w dwóch wersjach z kalkulatorem i bez kalkulatora (dotyczących tego samego działu matematyki). Zawsze wyniki tych pierwszych były zdecydowanie lepsze od drugich.

Czasem w trakcie jednej godziny lekcyjnej uczniowie rozwiązywali ten sam zestaw zadań: w pierwszej części mogli korzystać z kalkulatora, a drugiej nie. Okazywało się, że zdecydowana większość uczniów poradziła sobie lepiej z zadaniami mając do dyspozycji kalkulator graficzny. Z pewnością przyczyną takiego stanu rzeczy była niewystarczająca sprawność rachunkowa u niektórych uczniów. Ale nie tylko to. Podczas rozwiązywania pewnych problemów kalkulator pozwalał na wykonanie szybkiej wizualizacji opisanej w zadaniu sytuacji oraz przeanalizowaniu wielu przypadków i w ten sposób pomógł trafić na właściwą drogę rozwiązania.

Dało się również zauważyć, że uczniowie pracujący kilka lat z kalkulatorem graficznym, inaczej od uczniów z pozostałych klas, uczestniczą w procesie lekcyjnym. Zdecydowanie większa była ich aktywność szczególnie w trakcie lekcji, na których nauczyciel wprowadzał nowy materiał. Wszyscy uczniowie byli aktywni, nie było biernych obserwatorów lekcji. Ich zwiększona aktywność była również widoczna na przedmiotach takich jak fizyka i przedmioty zawodowe, na których mogli korzystać z kalkulatorów.

Po pierwszym roku prowadzenia eksperymentu, wszyscy uczniowie byli już tak zaawansowani w zastosowaniu kalkulatora graficznego a, nie tylko w jego obsłudze, że zostali zaangażowani jako asystenci do pomocy przy prowadzeniu szkoleń dla młodszych kolegów z gimnazjów i szkół podstawowych z województwa lubelskiego w ramach Wojewódzkich Konkursów „Matematyka z Kalkulatorem Graficznym” prowadzonych od kilku lat przez ZSDiOŚr. w Zwierzyńcu pod honorowym patronatem Lubelskiego Kuratora Oświaty.

W ostatnim zaś roku wszyscy uczniowie z KE współprowadzili szkolenia dla nauczycieli matematyki z terenu powiatu zamojskiego w ramach Roztoczańskiej Akademii Matematyki.

Tematyka tych zajęć dotyczyła zastosowania kalkulatora graficznego w realizacji wybranych treści z nowej podstawy programowej matematyki dla szkół podstawowych.

Kilkoro uczniów z KE zainteresowało się matematyką w sposób szczególny biorąc udział w konkursach matematycznych na różnych poziomach. Dwóch z nich zajęło znaczące w nich miejsca. Zostało finalistami Ogólnopolskiego Konkursu Matematycznego „Matematyka w technice dla technika”, współorganizowanego przez Politechnikę Lubelską, a jeden z nich został laureatem tego konkursu (2019/20). Ponadto jeden z tych uczniów został finalistą konkursu matematycznego organizowanego przez Uczelnię Państwową im. Szymona Szymonowicza w Zamościu.(2019/20). Drugi z nich zajął 3 miejsce w konkursie

matematycznym „Zrozum, Zalicz, Zostań Matematykiem” zorganizowanym przez Instytut Matematyki UMCS w Lublinie.

## Wnioski

Na podstawie czteroletnich doświadczeń w pracy z uczniami mającymi niemal codzienny kontakt z kalkulatorem graficznym na lekcjach matematyki można stwierdzić, że założone cele zostały w zdecydowanej większości osiągnięte.

Zauważono znaczący wzrost zainteresowań uczniów matematyką przejawiający się większą aktywnością uczniów biorących udział w eksperymencie. Narzędzie dydaktyczne jakim jest kalkulator graficzny pokazało, że wpływa ono na atrakcyjny dla uczniów sposób prowadzenia zajęć, motywuje ich do zainteresowania się tym przedmiotem.

Kalkulator graficzny pozwolił w bardzo wielu sytuacjach pokazać uczniom zastosowania matematyki w życiu codziennym, a więc pokazać jej przydatność. Wiele zjawisk w otaczającym nas świecie jest opisanych bardzo skomplikowanymi wzorami. Analiza tych wzorów tradycyjnymi metodami wymaga od uczniów bardzo zaawansowanej sprawności rachunkowej i wytrwałości. Zastosowanie kalkulatora graficznego pozwala zwiększyć liczbę uczniów do uczestniczenia w tego typu „odkryciach”. Kalkulator graficzny zdecydowanie wspomagał naukę nie tylko matematyki, ale również fizyki w zakresie rozszerzonym i przedmiotów zawodowych opartych na matematyce.

Ponadto jak wskazuje analiza porównawcza obu klas biorących udział w eksperymencie, uczniowie KE osiągnęli znacząco lepsze wyniki nauczania niż uczniowie z KR.

## Wyniki matury 2020

Porównanie wyników matur 2020 / matematyka, poziom podstawowy/

Klasy	Wynik w %	Wyniki w skali staninowej	Odsetek sukcesów
<b>Klasa 4TI</b> <b>/eksperymentalna, KE/</b>	67%	stanin 6 – „powyżej średniej”	100%
<b>Klasa 4TG /równoległa,</b> <b>KR/</b>	62%	stanin 6 – „powyżej średniej”	100%
<b>Liceum /Polska/</b>	58%	stanin 6 – „powyżej średniej”	85%
<b>Technikum/Polska/</b>	43%	stanin 4 – „poniżej średniej”	71%

Warto nadmienić, że powyższy wynik uczniów klasy eksperymentalnej dał im **drugie** miejsce wśród wszystkich techników w województwie lubelskim i **piąte** w OKE Kraków.

W skali całego kraju uczniowie tej klasy zajęli **19** miejsce (bez uwzględnienia wyników z jednej OKE - brak dostępności rezultatów szkół na dzień 31.08.2020r.)

Porównanie wyników matur 2020 / matematyka, poziom rozszerzony/

Klasy	Wynik w %	Wyniki w skali staninowej
<b>Klasa 4TI /eksperymentalna, KE/</b>	54%	stanin 6 , „powyżej średniej”
<b>Liceum /Polska/</b>	44%	stanin 6 , „powyżej średniej”
<b>Technikum/Polska/</b>	15%	stanin 4 , „poniżej średniej”

Należy zauważyć, że powyższy wynik uczniów klasy eksperymentalnej dał im **pierwsze** miejsce wśród wszystkich techników w województwie lubelskim i **drugie** w OKE Kraków.

W skali całego kraju uczniowie tej klasy zajęli **piąte** miejsce (bez uwzględnienia wyników z jednej OKE - brak dostępności rezultatów szkół na dzień 31.08.2020r.)

## **Rekomendacje**

Biorąc pod uwagę powyższe doświadczenia należy stwierdzić, że kalkulator graficzny w istotny sposób wspiera proces nauczania matematyki i innych przedmiotów ścisłych. Dzieje się to zarówno na poziomie motywacji uczniów jak i osiągniętych przez nich wyników.

Wydaje się więc zasadne podjęcie prób wprowadzenia tego narzędzia w sposób systemowy do nauczania matematyki w Polsce. Aby próba taka okazała się skuteczna należy rozważyć również sposób przeprowadzania egzaminów z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych. Tylko wtedy można mieć nadzieję na skuteczność tego systemu.

Waldemar Gardiasz - Dyr. ZSDiOŚr. im. J.Zamoyskiego w Zwierzyńcu  
Jacek Szuty - Nauczyciel prowadzący eksperyment